Baccalauréat ES SUJET LIBAN 2003

Exercice 1 (5 *points*) Commun à tous les candidats

Aucun détail des calculs statistiques effectués à la calculatrice n'est demandé dans cet exercice.

Partie A

Le tableau suivant donne l'évolution de la production annuelle de turbots dans une ferme aquacole.

Année	1997	1998	1999	2000	2001	2002
rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
production y_i	650	760	1190	1620	2600	5050

Construire le nuage de points associé à la série statistique (x_i, y_i) dans un repère orthogonal R :
sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on choisira 2 cm pour une année.
sur l'axe des ordonnées, on placera 600 à l'origine et on choisira 1 cm pour 200 turbots.

2. D'après l'allure du nuage quel type d'ajustement peut-on envisager ?

Partie B

Les résultats des questions 1., 2. et 3. seront arrondis à 10^{-3}.

1. On pose $z_i = \ln(y_i)$ Reproduire sur la copie et compléter le tableau suivant:

Année	1997	1998	1999	2000	2001	2002
rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
z_i						

Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points associé à la série (x_i, z_i).

a) En utilisant la calculatrice, déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement affine de z en x.

b) Exprimer y en fonction de x.
En utilisant la question précédente, répondre aux deux questions suivantes
Quelle production peut-on prévoir en 2005 ?
A partir de quelle année peut-on prévoir que la production annuelle dépassera 30 000 turbots ?

Exercice 2 (5 *points)* **Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité**

Une partie d'un jeu consiste à tirer au hasard une boule dans une ume U 1 où il y a 5 boules noires et 4 rouges. Si la couleur est noire, le joueur a perdu. Sinon, il tire au hasard une boule dans une ume U2 où il y a 2 boules rouges et 7 vertes. Si cette boule est rouge, il gagne 10 €. Sinon, sans remettre la boule, il effectue un second tirage dans U2. Si la boule est rouge, il gagne 5 €, sinon, il a perdu.

Un joueur joue à une partie.

On appelle E l'événement« le joueur gagne 10 € », et F l'événement« le joueur gagne 5 € ».

Les résultats numériques des questions J à 6 *seront donnés sous forme de fractions irréductibles.*

1. Quelle est la probabilité de perdre une partie au premier tirage.
2. Construire un arbre de probabilité pour décrire une partie.
3. Calculer la probabilité de l'événement E.
4. Calculer la probabilité de l'événement F.
5. Montrer que la probabilité que le joueur perde est . 22/27
6. Quelle est son espérance de gain?

Les résultats numériques de la question 7. *seront arrondis à 1O* - 3.

7. Un joueur décide de participer à trois parties réalisées dans les mêmes conditions et indépendantes les unes des autres.
a) Calculer la probabilité que ce joueur gagne au moins une fois sur les trois parties jouées.
b) Calculer la probabilité que ce joueur gagne une seule fois et 10 € sur les trois parties jouées.
c) Calculer la probabilité que ce joueur gagne deux fois et 10 € sur les trois parties jouées.

Exercice 2 (5 *points*) Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un théâtre propose deux types d'abonnements pour une année : un abonnement A donnant droit à six spectacles ou un abonnement B donnant droit à trois spectacles.
On considère un groupe de 2500 personnes qui s'abonnent tous les ans.
n étant un entier naturel, on note:
a_n la probabilité qu'une personne ait choisi un abonnement A l'année *n*;
b_n la probabilité qu'une personne ait choisi un abonnement B l'année *n*;
P*n* la matrice $[a_n \; b_n]$ traduisant l'état probabiliste à l'année *n*.

Tous les ans 85 % des personnes qui ont choisi l'abonnement A et 55 % des personnes qui ont choisi l'abonnement B conservent ce type d'abonnement l'année suivante. Les autres personnes changent d'abonnement.

1. On suppose que, l'année zéro, 1500 personnes ont choisi l'abonnement A et 1000 l'abonnement B. Déterminer l'état initial $P_o = [a_o \; b_o]$.

2. a) Tracer un graphe probabiliste traduisant les données de l'énoncé.
   b) Déterminer la matrice de transition M de ce graphe.
   c) En déduire le nombre d'abonnés pour chaque type d'abonnement l'année un.

3. Soit $P = (x \quad y)$ l'état stable, où x et y sont deux nombres réels positifs tels que $x + y = 1$.
   Justifier que x et y vérifient l'équation $x = 0,85\, x + 0,45\, y$.
   Déterminer x et y . En déduire la limite de la suite (a_n) quand *n* tend vers plus l'infini.
   Interpréter le résultat précédent en terme de nombre d'abonnements de type A.

Problème ***(10 points)***

Commun à tous les candidats

a commercialisation d un article sur un marc é suit une fonction d offre notée et une fonction demandée notée g Elle sont définies sur l intervalle 0 *oo* [par :

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{8} \text{ et } g(x) = \frac{120}{e^x + 15}$$

où x représente la quantité exprimée en milliers d'articles, $f(x)$ représente le prix de vente exprimé en euros pour une quantité x offerte, et $g(x)$ représente le prix de vente exprimé en euros pour une quantité x demandée.

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O ; i , j) (unité graphique: 2 cm).
On désigne respectivement par C_f et C_g les courbes représentatives des fonctions f et g dans ce repère.
La courbe C_f est donnée dans le repère (O ; i , j) sur l'annexe jointe au sujet.

L'annexe sera complétée et jointe à la copie.

Partie A: Etude de la fonction demande.
Détermination de la quantité échangée et du prix d'équilibre du marché.

1) Déterminer la limite de g en +*oo* . En déduire l'existence d'une asymptote que l'on précisera.

2) g' désigne la fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle [0 ; + *oo* [.

Justifier que $g'(x) = -\frac{120e^x}{(e^x + 15)^2}$.

3) Déterminer le sens de variation de la fonction g sur [0 ; + *oo* [puis dresser le tableau de variation de g sur [0 ; + *oo* [.

4) a) Reproduire sur la copie et compléter le tableau de valeurs *(arrondir les résultats à 10^{-1}).*

x	0	0,5	1	2	3	3,5	4	5	6	7
$g(x)$										

b) Calculer le coefficient directeur de la tangente T à la courbe C_g au point d'abscisse O.

c) Tracer la courbe représentative C_g et la tangente T sur l'annexe jointe au sujet.

5) On admet que sur l'intervalle [0 ; + *oo* [l'équation $f(x) = g(x)$ a une solution unique n appelée quantité échangée. On note $p = f(q\ ) = g(q\ )$ le prix d'équilibre correspondant.
a) Faire apparaître sur le graphique les valeurs p et q.
b) Vérifier que q = ln(25 . En déduire la valeur de p.

Partie B : Calcul du « surplus du consommateur ».

1) D est le domaine du plan défini par $\{M(x\ ;\ y)\ /\ 0 \leq x \leq\ q \text{ et } p \leq y \leq g(x)\}$, où p et q sont les valeurs déterminées dans la partie A:**5)** .

Hachurer ce domaine D sur l'annexe jointe au sujet.

2) Soit G la fonction définie sur l'intervalle [0 ; +*oo* [par : $G(x) = 8[x - \ln(e^{x}+15)]$.

Démontrer que G est une primitive de g sur [0 ; +*oo* [.

3) On appelle « surplus du consommateur » (en milliers d'euros) le nombre :

$$\mathrm{R} = \int_0^q g(x)dx - pq$$

Justifier que R représente, en unité d'aire, l'aire du domaine D.

Calculer la valeur exacte de R.

Donner une valeur approchée de *R* à l'euro près.