- *La calculatrice est autorisée.*
- *Pendant la préparation, il est souhaitable d'aborder toutes les questions du sujet.*
- *La rédaction ne sera pas évaluée.*
- *La pertinence des réponses et l'évaluation des connaissances lors du questionnement oral seront prises en compte.*

Question 1

1. Faire apparaître à l'écran de la calculatrice les courbes représentatives des fonctions $x \mapsto e^x$ et $x \mapsto x$.
2. Que peut-on conjecturer sur la position de ces deux courbes ?
3. La fonction ϕ est définie sur $\mathbf{R}$ par $\phi(x) = e^x - x$. Après avoir étudié les variations de ϕ, justifier la conjecture émise précédemment puis en déduire une inégalité pour tout réel x.
4. A-t-on pour tout x réel, $e^x \geqslant 3x$?

Question 2

n désigne un entier naturel.
On peut démontrer la propriété $(\mathcal{P})$: $n^3 - n$ est divisible par 3, en utilisant :

- Un raisonnement par récurrence.
- Un raisonnement par disjonction des cas et éventuellement les congruences.
- Un théorème du cours.

1. Choisir une des méthodes et justifier la propriété $(\mathcal{P})$.
2. Donner la démarche utilisée dans les autres raisonnements sans détailler les calculs.

Fiche Professeur 1

Contenus évalués : Fonction exponentielle, inégalités, nombres complexes et géométrie.
Spécialité : arithmétique

Question 1

Les questions peuvent porter sur	**Compétences évaluées**
L'utilisation des fenêtres graphiques	Utiliser la calculatrice, observer
La notion de conjecture	Conjecturer
La méthode permettant de justifier des positions relatives de courbes	Mobiliser les connaissances, changer de registre
Les différentes méthodes permettant de justifier un signe	Prendre des initiatives
Différents liens : graphique, fonctionnel, algébrique ...	Tirer profit des indications données
	Réagir efficacement et être cohérent

Question 2

Les questions peuvent porter sur	**Compétences évaluées**
La méthode choisie, son intérêt	Connaître des raisonnements importants
Les connaissances (définition de la congruence, description du raisonnement par récurrence, énoncé du petit théorème de Fermat), l'élève est guidé vers les démarches, on lui demande de restituer des résultats du cours	Connaître les résultats du cours
	Faire preuve d'esprit critique Tirer profit des indications données
Une vérification de la propriété à l'aide de la calculatrice	

Question sans préparation

Donner l'écriture complexe de la rotation de centre A et d'angle θ. Justifier.

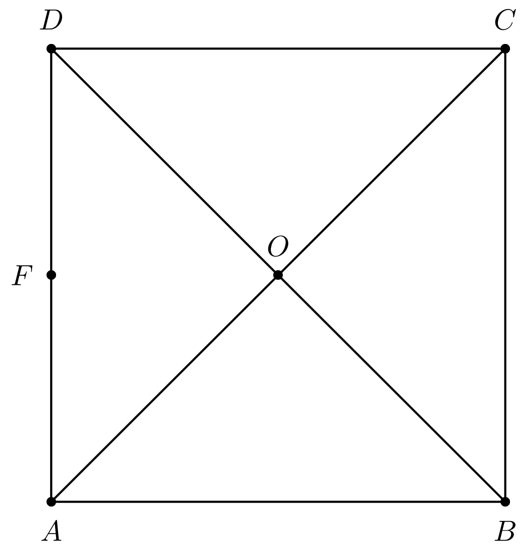
Les questions peuvent porter sur
Les connaissances : définition géométrique de la rotation, interprétation complexe des distances et angles. Les différentes phases de la démonstration.

- *La calculatrice est autorisée.*
- *Pendant la préparation, il est souhaitable d'aborder toutes les questions du sujet.*
- *La rédaction ne sera pas évaluée.*
- *La pertinence des réponses et l'évaluation des connaissances lors du questionnement oral seront prises en compte.*

Question 1
Les questions 1 et 2 de l'exercice sont indépendantes. Dire si les propositions suivantes sont **vraies** ou **fausses**. (Une justification sera demandée à l'oral).

1. Le plan est rapporté au repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$. S est la transformation d'écriture complexe $z' = i\sqrt{2}\overline{z} + 1 - i\sqrt{2}$
   Proposition 1 : S est une similitude directe de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
   Proposition 2 : Le point Ω d'affixe 1 est invariant par S.
   Proposition 3 : $S = so\sigma$ où s est une similitude directe de centre O (origine du repère) et σ la symétrie d'axe l'axe des abscisses.

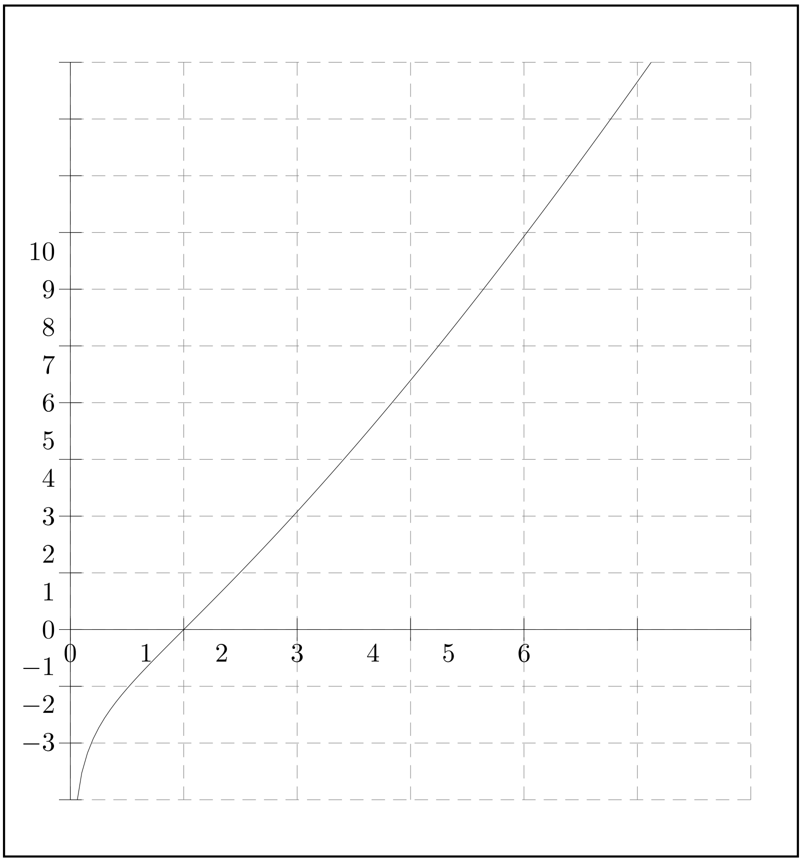
2. $ABCD$ est un carré direct de centre O, F est le milieu du segment $[AD]$. On considère la similitude directe S de centre A qui transforme B en C.



   Proposition 1 : S a pour angle $\frac{\pi}{4}$.
   Proposition 2 : L'image de la droite (BC) par S est la droite (DC).
   Proposition 3 : $S(O) = F$.

Question 2

La fonction g est définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = (x+1)\ln(x)$.
Sa courbe représentative est donnée dans le repère ci-dessous :



Pour tout $n \in \mathbf{N}^*$, on pose : $u_n = \displaystyle\int_n^{n+1} g(x)dx$.

1. Donner une interprétation géométrique de u_n.
2. Comment justifier à l'aide du graphique que, pour tout $n \in \mathbf{N}^*$ on a :

$$g(n) \leqslant u_n \leqslant g(n+1) \ ?$$

3. Que peut-on dire du sens de variation et de la convergence de la suite (u_n) ?

Fiche Professeur 2

Contenus évalués : Fonction ln, suite, calcul intégral. Spécialité : similitude, complexe.

Question 1

Les questions peuvent porter sur	**Compétences évaluées**
La capacité à s'autocritiquer en cas d'erreur	Utiliser des démarches pertinentes
La capacité à valider une affirmation	Connaître des résultats importants
La proposition de contre exemples importants	Mobiliser les connaissances
La connaissance du cours	Faire preuve d'esprit critique
	La capacité à tirer profit des indications données
	Réagir efficacement et être cohérent

Question 2

Les questions peuvent porter sur	**Compétences évaluées**
L'interprétation d'une intégrale	Connaître des résultats importants, énoncer des théorèmes du cours
Les différents liens graphiques, fonctionnel, algébrique	Changer de registre
On peut éventuellement demander une justification fonctionnelle ou algébrique des inégalités	Prendre des initiatives (question plus ouverte)
	Capacité à tirer profit des indications données

Question sans préparation

Observer le signe de la fonction g ainsi que ses variations. Justifier.

Les questions peuvent porter sur
L'exploitation graphique
Les méthodes pour justifier

- *La calculatrice est autorisée.*
- *Pendant la préparation, il est souhaitable d'aborder toutes les questions du sujet.*
- *La rédaction ne sera pas évaluée.*
- *La pertinence des réponses et l'évaluation des connaissances lors du questionnement oral seront prises en compte.*

Question 1

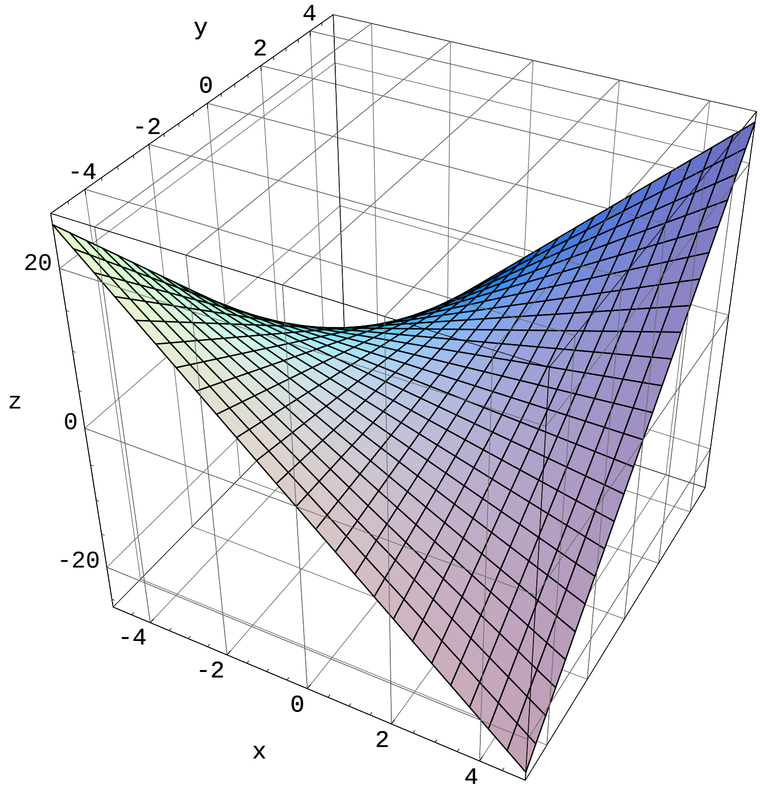
La fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = 0,05e^{-0,05x}$.

1. Faire apparaître à la l'écran de la calculatrice la courbe représentative de la fonction f.
2. La variable T continue sur $[0;+\infty[$, de densité f, est égale à la durée de vie en années, d'une machine à laver. Calculer la probabilité pour que la machine à laver tombe en panne avant 10 ans. Quelle est la probabilité pour qu'elle tombe en panne pour la première fois après 10 ans de fonctionnement ?
3. Interpréter graphiquement les deux calculs précédents.

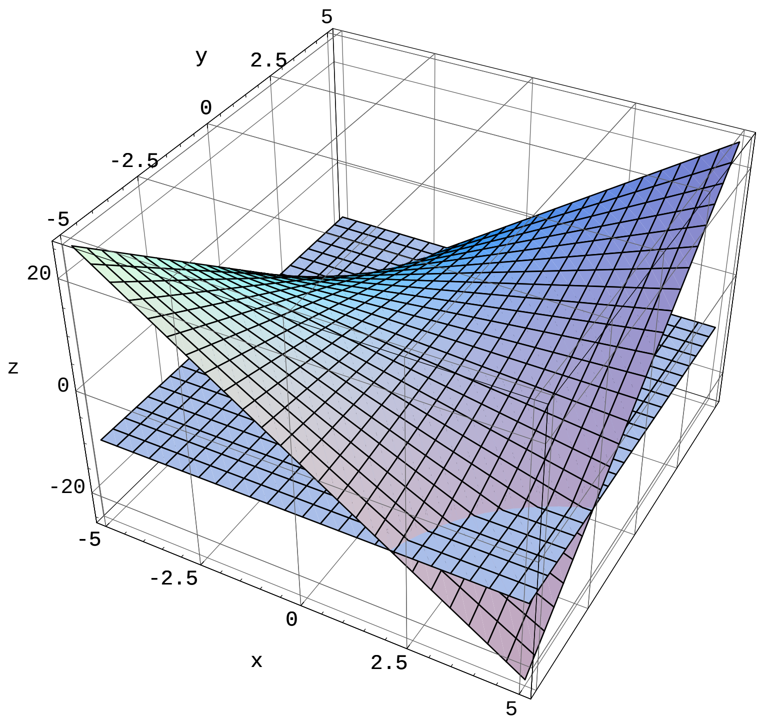
Question 2

La fonction f des deux variables réelles x et y est définie par $f(x,y) = xy$. On donne un tableau de valeurs et une représentation graphique $\mathcal{S}$ de f crées à l'aide d'un tableur.

◇	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x\y	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
2	-5	25	20	15	10	5	0	-5	-10	-15	-20	-25
3	-4	20	16	12	8	4	0	-4	-8	-12	-16	-20
4	-3	15	12	9	6	3	0	-3	-6	-9	-12	-15
5	-2	10	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8	-10
6	-1	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	1	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
9	2	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10
10	3	-15	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12	15
11	4	-20	-16	-12	-8	-4	0	4	8	12	16	20
12	5	-25	-20	-15	-10	-5	0	5	10	15	20	25
13												



1. Donner quelques points de la surface $\mathcal{S}$.
2. On considère l'ensemble Γ des points M de coordonnées $(2\,;\,\lambda\,;\,2\lambda)$ où $\lambda \in \mathbb{R}$.
   (a) Déterminer la nature de Γ.
   (b) L'ensemble Γ est-il inclus dans la surface $\mathcal{S}$?
   (c) Définir Γ comme une section de $\mathcal{S}$.
3. (a) Indiquer sur la figure ci-dessous la section de la surface $\mathcal{S}$ avec le plan d'équation $z = -10$.
   (b) Quelle est la nature de cette section. Justifier votre réponse.



Fiche Professeur 3

Contenus évalués : Fonction exponentielle, lois continues, calcul intégral, suites adjacentes. Spécialité : surfaces, sections.

Question 1

Les questions peuvent porter sur	**Compétences évaluées**
L'utilisation des fenêtres graphiques	Utiliser la calculatrice, choisir une fenêtre adéquate
La maîtrise des connaissances sur les lois exponentielles, sur le calcul intégral	Maîtriser les connaissances
Le lien entre les probabilités, le calcul intégral et les aires sous courbe	Mobiliser les connaissances, changer de registre
	Tirer profit des indications données

Question 2

Les questions peuvent porter sur	**Compétences évaluées**
La lecture d'un tableau	
L'observation et exploitation graphique d'une surface	Observer
La recherche d'une intersection	Utiliser les connaissances
Les différents liens graphiques et algébriques	Faire preuve d'esprit critique, vérifier la cohérence
La cohérence des résultats	Tirer profit des indications données

Question sans préparation

Donner la définition de deux suites adjacentes. Énoncer un exemple.

Les questions peuvent porter sur
Les connaissances
La pertinence des exemples éventuellement graphiques
L'intérêt de cette notion

Sujet 4 — Série S spécialité mathématiques

- *La calculatrice est autorisée.*
- *Pendant la préparation, il est souhaitable d'aborder toutes les questions du sujet.*
- *La rédaction ne sera pas évaluée.*
- *La pertinence des réponses et l'évaluation des connaissances lors du questionnement oral seront prises en compte.*

Question 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par : $f(x) = \dfrac{e^x}{1-x}$.

Justifier rapidement tous les éléments qui figurent dans le tableau de variation de f.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty \;\|\|\; -\infty$	$\nearrow$	$-e^2$	$\searrow$	$-\infty$

Question 2

On considère les deux entiers $a = 6n - 1$ et $b = 3n + 2$ où n est un entier naturel non nul.
Voici le début d'une feuille de calcul réalisée à l'aide d'un tableur :

	A	B	C	D
1	**n**	**a**	**b**	**PGCD(a,b)**
2	1	5	5	5
3	2	11	8	1
4	3	17	11	1
5	4	23	14	1
6	5	29	17	1
7	6	35	20	5
8	7	41	23	1
9	8	47	26	1
10	9			
11	10			
12	11			
13				

1. Quelle formule a été écrite dans la cellule B2 ? dans C2 ? Compléter les trois lignes suivantes pour $n = 9$, $n = 10$ et $n = 11$.
2. Que peut-on conjecturer pour le PGCD des entiers a et b ?
3. Démontrer la conjecture précédente.
4. Pour quelles valeurs de n, le PGCD des entiers a et b est-il différent de 1 ?

Fiche Professeur 4

Contenus évalués : Fonction exponentielle, dérivation, limites, nombre de solutions d'une équation. Spécialité : arithmétique.

Question 1

Les questions peuvent porter sur	Compétences évaluées
Les calculs de dérivées, utilisation de la calculatrice pour vérifier le résultat et éventuellement rechercher les erreurs	Lire et justifier
Les différentes méthodes pour justifier un signe	Mobiliser les connaissances
La connaissances du cours (lien entre signe de la dérivée et variation, croissances comparées)	Vérifier les cohérences
	Tirer profit des indications données

Question 2

Création d'une feuille de calcul à l'aide d'un tableur	Observer
Connaissances en arithmétique (différentes méthodes pour déterminer un PGCD)	Connaître quelques notions du tableur
Précision de certains résultats	Conjecturer
Justification de conjectures	Mobiliser les connaissances
	Prendre des initiatives
	Tirer profit des indications données

Question sans préparation

Dans la question 1, indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$. Justifier la réponse.

Les questions peuvent porter sur
La lecture d'un tableau de variation
La connaissance de la continuité et du théorème des valeurs intermédiaires